

MODELAGEM E CONTROLE DE QUADRIRROTORES

PEDRO HENRIQUE DE RODRIGUES QUEMEL E ASSIS SANTANA*, GEOVANY ARAÚJO BORGES*

*Grupo de Robótica, Automação e Visão Computacional (GRAV)
Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília
Brasília, DF, Brasil

Emails: phrqas@ieee.org, gaborges@ene.unb.br

Abstract— This work concerns the mathematical modeling of quadrotors with cascaded control architectures for stabilization. The dynamical model presented is used to show, through simulations, the viability of three different linear and nonlinear control techniques.

Keywords— Quadrotor, modeling, cascaded control.

Resumo— Este trabalho trata da modelagem matemática de quadrrrotores que fazem uso de arquiteturas de controle em cascata para estabilização de seus graus de liberdade. O modelo dinâmico apresentado é utilizado para comprovar, por meio de simulações, a viabilidade de aplicação de três diferentes técnicas de controle linear e não-linear ao sistema.

Palavras-chave— Quadrrrotor, modelagem, controle em cascata.

1 Introdução

Quadrrrotores são uma classe de helicóptero cuja propulsão é feita por meio de quatro hélices dispostas, geralmente, como na Figura 1. De acordo com Leishman (2000), quadrrrotores estiveram entre os primeiros veículos HTA (do inglês, *Heavier Than Air*) com capacidade de decolagem e pouso verticais de sucesso. Entretanto, o desempenho ruim dos primeiros protótipos e a dificuldade para estabilizá-los manualmente limitaram seu desenvolvimento como veículos aéreos de transporte. Atualmente, quadrrrotores despertam interesse na forma de veículos aéreos miniatura não-tripulados com sistemas eletrônicos embarcados para estabilizá-los. Suas aplicações estão muitas vezes voltadas às áreas de vigilância, inspeção, filmagem, fotografia e diversão, entre outras. Segundo Bouabdallah (2007), seu tamanho reduzido e boa manobrabilidade permitem que estas aeronaves sejam usadas tanto em ambientes internos quanto externos.

A dinâmica de quadrrrotores é marcada pela subatuação (seis graus de liberdade e apenas quatro atuadores), pelo grande acoplamento entre os modos e por não-linearidades desconhecidas (Das et al. (2008)). Trabalhos como Sanca et al. (2008) e Amir and Abbass (2008) dedicam-se à determinação de modelos matemáticos abrangentes e úteis aos problemas de simulação e controle. Outros, além da modelagem matemática, apresentam também técnicas de controle para quadrrrotores. Entre essas técnicas, podemos citar o controle *backstepping* de Bouabdallah and Siegwart (2005) e Madani and Benallegue (2007); a comparação entre controle PID e LQ de Bouabdallah et al. (2004); e a técnica de controle robusto *Fuzzy* de Coza and Macnab (2006).

O presente trabalho trata da modelagem e

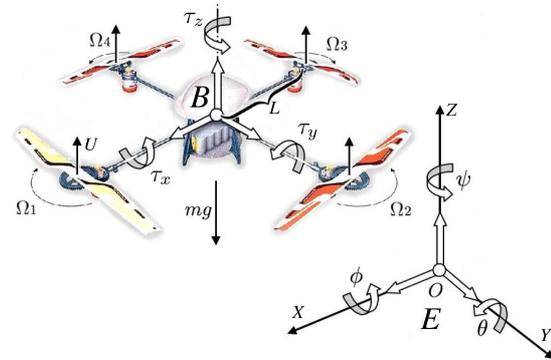


Figura 1: Sistemas de coordenadas para modelamento do quadrrrotor (Adaptado de Madani and Benallegue (2006)).

controle de quadrrrotores cujos sistemas de estabilização seguem a arquitetura em cascata mostrada na Figura 2. Nesta, uma malha externa de controle para estabilização da aeronave transmite referências de velocidade a malhas internas de controle de rotação das hélices. Este tipo de arquitetura torna o sistema de estabilização menos sensível à dinâmica do sistema de propulsão, desde que a malha interna convirja mais rapidamente que a externa. Além disso, três técnicas de estabilização, lineares e não-lineares, presentes na literatura são descritas e aplicadas para estabilização do modelo.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. A Seção 2 descreve as hipóteses assumidas e as etapas de determinação do modelo dinâmico de um helicóptero quadrrrotor, cujas equações foram utilizadas na construção de um simulador. Estratégias de controle linear e não-linear para estabilização deste tipo de aeronave são apresentadas na Seção 3. A Seção 4 apresenta os resultados das simulações. Por fim, são feitas as conclusões do

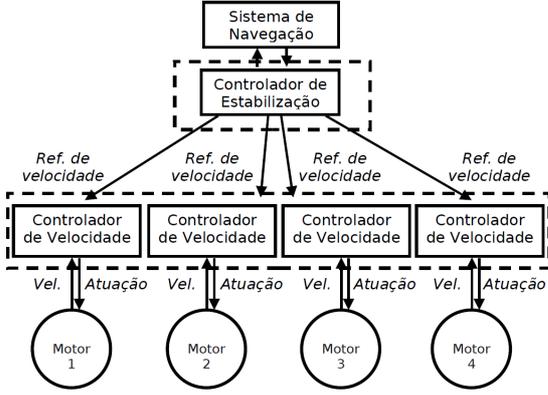


Figura 2: Arquitetura do sistema de controle.

trabalho na Seção 5.

2 Modelagem matemática

Para a modelagem matemática de um quadricóptero, considere os sistemas de coordenadas mostrados na Figura 1. O sistema de coordenadas B (SC_B), fixo no corpo, rotaciona e translada em relação ao sistema de coordenadas E (SC_E), fixo na Terra. As diferenças angulares e lineares entre esses dois sistemas definem o vetor

$$\zeta = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$$

de postura do quadricóptero, em que x , y , z são translações nas direções X , Y e Z de SC_E ; ϕ é o ângulo de rolagem (*roll*); θ é o ângulo de arfagem (*pitch*); e ψ é o ângulo de guinada (*yaw*).

O desenvolvimento das equações diferenciais leva em conta as seguintes hipóteses sobre o sistema: (1) a estrutura do quadricóptero e as hélices são rígidas; (2) o centro de gravidade (CM) e a origem do sistema de coordenadas SC_B coincidem; (3) a estrutura é simétrica; (4) os atuadores são idênticos; (5) o arrasto e o empuxo aerodinâmicos são proporcionais ao quadrado das velocidades de rotação dos motores (Bouabdallah and Siegwart (2005)). Dado que a translação entre os sistemas de coordenadas SC_B e SC_E não influencia a determinação das equações dinâmicas, assume-se, para fins de modelagem e sem perda de generalidade, que as origens desses sistemas coincidem no restante desta Seção.

2.1 Equacionamento do movimento de translação

A atuação simultânea dos quatro propulsores do quadricóptero gera um empuxo vertical U , direcionado para cima no sistema de coordenadas SC_B , dado por

$$U = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \quad (1)$$

em que Ω_i refere-se à velocidade angular do i -ésimo motor e b é o coeficiente de empuxo das hélices.

Para ângulos de inclinação ϕ , θ e ψ , a matriz

$$R = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\psi S_\theta S_\phi - S_\psi C_\phi & C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi \\ S_\psi C_\theta & S_\psi S_\theta S_\phi + C_\psi C_\phi & S_\psi S_\theta C_\phi - S_\psi S_\phi \\ -S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

projeta os vetores de SC_B em SC_E . Os termos C_α e S_α são, respectivamente, $\cos(\alpha)$ e $\sin(\alpha)$. A projeção de (1) nas direções de SC_E por meio de (2), juntamente com a aplicação da 2ª Lei de Newton, resulta nas equações diferenciais

$$\frac{d^2x}{dt^2} = (C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi) \frac{U}{m}, \quad (3)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = (S_\psi S_\theta C_\phi - S_\psi C_\phi) \frac{U}{m}, \quad (4)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g + (C_\theta C_\phi) \frac{U}{m}, \quad (5)$$

em que m é a massa total da estrutura e g é a aceleração da gravidade local.

2.2 Equacionamento do movimento de rotação

A complexidade da dinâmica angular do quadricóptero levou à escolha do formalismo de Euler-Lagrange para determinação das equações diferenciais para os ângulos de rotação.

O conceito de Lagrangiano é dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L} = E - V \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\rho}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho_i} = \gamma_i \end{array} \right. , \quad (6)$$

em que E é energia cinética total, V é a energia potencial total, ρ_i é a i -ésima coordenada generalizada (grau de liberdade) e γ_i é a força resultante não-conservativa capaz de realizar trabalho na direção de ρ_i .

Seja $p_B = [x_B \ y_B \ z_B]^T$ um ponto qualquer do quadricóptero com coordenadas medidas em SC_B . A posição de p_B em SC_E é

$$p_E = R.p_B = \begin{bmatrix} p_{E_x} \\ p_{E_y} \\ p_{E_z} \end{bmatrix}.$$

O ponto p_E tem energia cinética

$$K_{p_E} = \frac{1}{2} \left(\left\| \frac{dp_E}{dt} \right\| \right)^2 dm, \quad (7)$$

em que $\|v\|$ é a norma Euclidiana de v e dm é o diferencial de massa associado a p_E . Integrando (7) ao longo de toda a estrutura \mathcal{C} do quadricóptero e lembrando da hipótese de simetria, chega-se à expressão

$$E = \frac{1}{2} I_{xx} \left(\frac{d\phi}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \sin(\theta) \right)^2 + \frac{1}{2} I_{yy} \left(\frac{d\theta}{dt} \cos(\phi) + \frac{d\psi}{dt} \sin(\phi) \cos(\theta) \right)^2 + \frac{1}{2} I_{zz} \left(\frac{d\theta}{dt} \sin(\phi) - \frac{d\psi}{dt} \cos(\phi) \cos(\theta) \right)^2 \quad (8)$$

para a energia cinética total.

A energia potencial total é obtida por meio de procedimento semelhante. Levando em conta a hipótese de que a aceleração gravitacional g é a mesma para todo ponto do quadricóptero, a energia potencial do ponto p_E é dada por

$$V_{pE} = g \cdot p_{Ez} \cdot dm. \quad (9)$$

Integrando (9) ao longo de \mathcal{C} , chega-se à expressão

$$\begin{aligned} V &= g \int_{\mathcal{C}} (-S_{\theta} x_B + C_{\theta} S_{\phi} y_B + C_{\phi} C_{\theta} z_B) dm \\ &= \int_{\mathcal{C}} x_B dm (-g S_{\theta}) + \int_{\mathcal{C}} y_B dm (g C_{\theta} S_{\phi}) \\ &\quad + \int_{\mathcal{C}} z_B dm (g C_{\phi} C_{\theta}) \end{aligned} \quad (10)$$

para a energia potencial total do quadricóptero.

As integrais em (10) correspondem às coordenadas x_{CM} , y_{CM} e z_{CM} do centro de massa do quadricóptero em relação ao SC_B . Dada a hipótese de que o centro de gravidade do quadricóptero e a origem de SC_B coincidem, temos $V = 0$, podendo-se eliminar esse termo dos cálculos subsequentes.

Voltando ao Lagrangiano (6), é claro que os graus de liberdade ρ_i são os ângulos ϕ , θ e ψ e as forças não-conservativas γ_i associadas são os torques em torno dos eixos x (τ_x), y (τ_y) e z (τ_z), respectivamente. Esses torques, cujas origens estão no desbalanceio de empuxos entre os quatro motores, são dados por

$$\tau_x = bL(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \quad (11)$$

$$\tau_y = bL(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \quad (12)$$

$$\tau_z = d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2), \quad (13)$$

em que b é o mesmo de (1), L é a meia envergadura do quadricóptero e d é coeficiente de arrasto da estrutura.

A substituição de (8), (11), (12) e (13) em (6) resulta nas equações diferenciais para a dinâmica angular do quadricóptero, cujo resultado final é extenso e pode ser encontrado em Santana and Braga (2008)¹. Por representarem um modelo dinâmico mais completo, estas equações diferenciais foram utilizadas na construção do simulador.

Supondo ângulos de inclinação ϕ , θ e ψ pequenos, as aproximações

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin(\alpha) \approx 0, \\ \cos(\alpha) \approx 1, \\ \omega_x \approx \frac{d\phi}{dt}, \\ \omega_y \approx \frac{d\theta}{dt}, \\ \omega_z \approx \frac{d\psi}{dt}, \end{array} \right. \quad (14)$$

são válidas, resultando no modelo simplificado

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \frac{d\psi}{dt} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\tau_x}{I_{xx}}, \quad (15)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \frac{d\psi}{dt} \frac{d\phi}{dt} + \frac{\tau_y}{I_{yy}}, \quad (16)$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \frac{d\theta}{dt} \frac{d\phi}{dt} + \frac{\tau_z}{I_{zz}} \quad (17)$$

para a dinâmica angular do quadricóptero.

2.3 Transformação das entradas do sistema

Embora o modelo matemático apresentado nas Seções 2.1 e 2.2 apresente as forças τ_x , τ_y , τ_z e U como entradas do sistema, a arquitetura de controle da Figura 2 necessita que o controlador de estabilização atue sobre os controladores de mais baixo nível por meio da mudança das referências de velocidade de rotação dos motores. Notando-se que as equações (1), (11), (12) e (13) formam um sistema não-linear de quatro equações a quatro incógnitas, sua solução

$$\Omega_1 = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{-bL\tau_z + 2d\tau_y - dLU}{bLd}} > 0, \quad (18)$$

$$\Omega_2 = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{bL\tau_z - dLU + 2d\tau_x}{bLd}} > 0, \quad (19)$$

$$\Omega_3 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{bL\tau_z + 2d\tau_y + dLU}{bLd}} > 0, \quad (20)$$

$$\Omega_4 = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{bL\tau_z - dLU - 2d\tau_x}{bLd}} > 0, \quad (21)$$

determina as velocidades de rotação que devem ser impressas aos motores das hélices de forma a aplicar sobre o quadricóptero os torques e o empuxo vertical necessários.

3 Controle

Diferentes estratégias foram utilizadas na malha de controle de estabilização da Figura 2 durante as simulações realizadas com o modelo descrito na Seção 2. Primeiramente, as Seções 3.1 e 3.2 apresentam estratégias de controle linear abordadas em Santana and Braga (2008) e Bouabdallah et al. (2004). Em seguida, a Seção 3.3 descreve um controlador não-linear *backstepping* baseado nos projetos de Bouabdallah and Siegwart (2005) e Madani and Benallegue (2006).

3.1 Controle PID

Esta estratégia de controle PID utiliza controladores independentes para os graus de liberdade ϕ , θ , ψ e z do quadricóptero, procurando mantê-lo em vôo planado a uma altitude definida. Considera-se vôo planado a situação em que o quadricóptero encontra-se estático com $\phi = \theta = \psi = 0$.

Sejam as equações de um controlador PID discreto

¹Se necessário, entre em contato com o primeiro autor.

$$\begin{cases} u_i(k) = u_i(k-1) + K_{id}Te(k), \\ u(k) = K_{pd}e(k) + u_i(k) + \frac{K_{dd}}{T}(e(k) - e(k-1)), \end{cases} \quad (22)$$

em que $u(k)$ é o sinal de controle; $u_i(k)$ é a componente integral do controlador; K_{pd} , K_{id} , K_{dd} são, respectivamente, os ganhos proporcional, integral e derivativo; $e(k)$ é o sinal de erro; T é o período de amostragem; e k é o número da amostra. Sendo $u_j(k)$, $j \in \{\phi, \theta, \psi, z\}$, o sinal de controle para o j -ésimo grau de liberdade, as equações de controle são dadas por

$$\begin{bmatrix} \tau_x(k) \\ \tau_y(k) \\ \tau_z(k) \\ U(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_\phi(k) \\ u_\theta(k) \\ u_\psi(k) \\ u_z(k) + mg \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Os valores dos torques e do empuxo vertical em (23) são convertidos por (18)-(21) em velocidades de rotação para os motores.

3.2 Controle por linearização de modelo

Assim como na Seção 3.1, o controlador desta Seção visa à manutenção do quadricóptero em situação de voo planado a uma altitude definida. A dedução das equações de controle considera o modelo de translação (3)-(5) e o modelo angular simplificado (15)-(17).

Sejam o vetor de estados

$$\xi = [\phi \ \theta \ \psi \ z \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi} \ \dot{z}]^T \quad (24)$$

e o vetor de entradas de atuação

$$u = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z \ U]^T.$$

O sistema dinâmico definido pelas variáveis de (24) pode ser escrito na forma de espaço de estados como

$$\dot{\xi} = f(\xi, u) = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{z} \\ \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{\tau_x}{I_{xx}} \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{\tau_y}{I_{yy}} \\ \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{\tau_z}{I_{zz}} \\ -g + \frac{\cos(\theta) \cos(\phi) U}{m} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Considerando $\bar{\xi} = [0 \ 0 \ 0 \ h_{ref} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ o vetor de referência de estado e $\bar{u} = [0 \ 0 \ 0 \ mg]^T$ a referência para a entrada de controle, em que h_{ref} é a altitude desejada do quadricóptero, a linearização de (25) em torno do ponto $(\bar{\xi}, \bar{u})$ resulta em

$$\dot{\xi} = \bar{\xi} + \delta \dot{\xi} \approx f(\bar{\xi}, \bar{u}) + \frac{\partial f}{\partial \xi}(\xi - \bar{\xi}) + \frac{\partial f}{\partial u}(u - \bar{u}).$$

Logo,

$$\delta \dot{\xi} = \left. \frac{\partial f}{\partial \xi} \right|_{\substack{\xi = \bar{\xi} \\ u = \bar{u}}} \delta \xi + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{\xi = \bar{\xi} \\ u = \bar{u}}} \delta u. \quad (26)$$

Notando que (26) está na forma de espaço de estados linear, a lei de controle pode ser escrita como

$$\begin{cases} \delta \xi = \xi - \bar{\xi}, \\ \delta u = -K \delta \xi, \\ u = \bar{u} + \delta u. \end{cases} \quad (27)$$

A matriz de realimentação K determina a alocação dos oito pólos do sistema e pode ser determinada computacionalmente por meio da conhecida fórmula de Ackermann.

3.3 Controle não-linear backstepping

Sendo

$$X = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ z \ \dot{z} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]^T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{12}]^T$$

o vetor de estados do sistema e

$$F = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z \ U]^T$$

o vetor de entradas, o modelo dinâmico (3)-(5) e (15)-(17) do quadricóptero pode ser escrito na forma de espaço de estados como

$$\dot{X} = f(X, F) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 + b_1 \frac{\tau_x}{L} \\ x_4 \\ x_2 x_6 a_2 + b_2 \frac{\tau_y}{L} \\ x_6 \\ x_4 x_2 a_3 + b_3 \frac{\tau_z}{L} \\ x_8 \\ -g + (\cos(x_1) \cos(x_3)) \frac{1}{m} U \\ x_{10} \\ u_x \frac{1}{m} U \\ x_{12} \\ u_y \frac{1}{m} U \end{bmatrix}, \quad (28)$$

em que

$$a_1 = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}, \quad a_2 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}, \quad a_3 = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}},$$

$$b_1 = \frac{L}{I_{xx}}, \quad b_2 = \frac{L}{I_{yy}}, \quad b_3 = \frac{L}{I_{zz}},$$

$$u_x = (\cos(x_1) \sin(x_3) \cos(x_5) + \sin(x_1) \sin(x_5)), \quad (29)$$

$$u_y = (\cos(x_1) \sin(x_3) \sin(x_5) - \sin(x_1) \cos(x_5)). \quad (30)$$

Para as Seções 3.3.1 e 3.3.2, considere o vetor de parâmetros do controlador

$$\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_{12}]^T, \quad \alpha_i > 0, \quad i \in \{1, 2, \dots, 12\},$$

o vetor de referências

$$X_d = [x_{1d} \ x_{2d} \ \dots \ x_{12d}]^T,$$

em que x_{id} , $i \in \{1, 2, \dots, 12\}$, é a referência para a i -ésima variável de estado e as mudanças de variável

$$z_{2k} = x_{2k} - \dot{x}_{(2k-1)d} - \alpha_{(2k-1)} z_{(2k-1)},$$

$$z_{2k-1} = x_{(2k-1)d} - x_{2k-1}, \quad k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Diferentemente dos controladores das Seções 3.1 e 3.2, o controlador *backstepping* aqui apresentado procura levar todos os estados de X para valores desejados X_d .

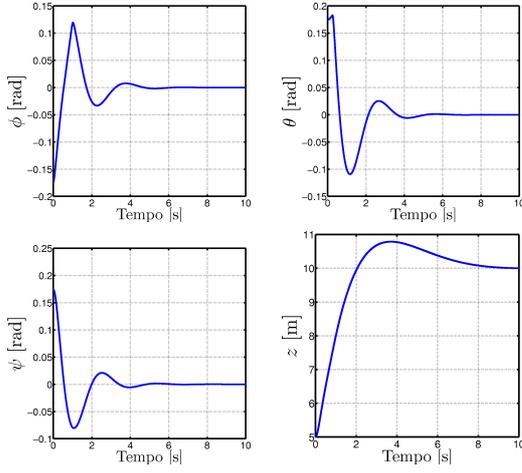


Figura 3: Estabilização do quadrrrotor por controle PID.

3.3.1 Controle de atitude e altitude

A técnica de controle *backstepping* aplicada às componentes angulares do sistema (28) resulta nas equações de controle

$$\tau_x = \frac{L}{b_1}(z_1 - a_1 x_4 x_6 - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1) - \alpha_2 z_2), \quad (31)$$

$$\tau_y = \frac{L}{b_2}(z_3 - a_2 x_2 x_6 - \alpha_3(z_4 + \alpha_3 z_3) - \alpha_4 z_4), \quad (32)$$

$$\tau_z = \frac{L}{b_3}(z_5 - a_3 x_2 x_4 - \alpha_5(z_6 + \alpha_5 z_5) - \alpha_6 z_6). \quad (33)$$

De maneira semelhante, chega-se à expressão para o empuxo vertical do quadrrrotor

$$U = m \frac{(z_7 + g - \alpha_7(z_8 + \alpha_7 z_7) - \alpha_8 z_8)}{\cos(x_1) \cos(x_3)} \quad (34)$$

3.3.2 Controle de movimentação no plano XY

Como pode ser visto em (28), as componentes translacionais x , y e z têm dinâmica dependente da atitude corrente do quadrrrotor. Entretanto, isso não se verifica para as componentes angulares ϕ , θ e ψ , cujas dinâmicas independem da posição espacial do quadrrrotor. Mesmo sendo um sistema subatuado, esse desacoplamento permite que os ângulos de rolagem (ϕ) e arfagem (θ) sejam escolhidos em (29) e (30) de tal forma que o empuxo vertical U promova o movimento necessário nas direções x e y . Para que haja garantia de estabilidade, as condições

$$u_x = \frac{m}{U}(z_9 - \alpha_9(z_{10} + \alpha_9 z_9) - \alpha_{10} z_{10}), \quad (35)$$

$$u_y = \frac{m}{U}(z_{11} - \alpha_{11}(z_{12} + \alpha_{11} z_{11}) - \alpha_{12} z_{12}), \quad (36)$$

devem ser satisfeitas. O ângulo de guinada (ψ) pode ser escolhido livremente.

4 Resultados das simulações

Os controladores da Seção 3 foram aplicados, sob a arquitetura da Figura 2, ao modelo matemático de quadrrrotor descrito na Seção 2 e sua viabilidade

Tabela 1: Parâmetros do modelo do quadrrrotor.

Símbolo	Descrição	Valor
m	massa total	1,5 kg
g	gravidade local	9,81 $\frac{m}{s^2}$
I_{xx}	inércia do eixo x	0,033 kg.m ²
I_{yy}	inércia do eixo y	0,033 kg.m ²
I_{zz}	inércia do eixo z	0,066 kg.m ²
L	meia envergadura	0,5 m
b	coeficiente de empuxo	2,64.10 ⁻⁴ N.s ²
d	coeficiente de arrasto	7,5.10 ⁻⁷ N.m.s ²

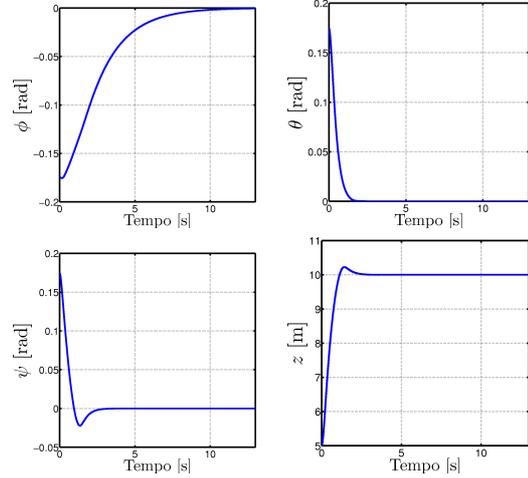


Figura 4: Estabilização do quadrrrotor pela técnica de linearização de modelo.

comprovada pelos resultados das simulações. A Tabela 1 contém os parâmetros do modelo físico de quadrrrotor utilizados em todas as simulações.

As Figuras 3 e 4 mostram os resultados das simulações para os controladores lineares das Seções 3.1 e 3.2, respectivamente. Nestas, apenas os graus de liberdade angulares e a altitude do quadrrrotor foram controlados. Como já foi dito na Seção 3, o objetivo desses controladores era manter o quadrrrotor em vôo pairado a uma altitude de referência, não havendo controle sobre as translações ao longo dos eixos x e y . Como pode ser visto, tanto a técnica PID quanto a linearização de modelo puderam levar o modelo de quadrrrotor à situação de vôo pairado após um transitório de estabilização. O controlador *backstepping*, por sua vez, foi utilizado para a condução de todos os graus de liberdade do modelo a valores de referência desejados, cujos transitórios de estabilização estão apresentados na Figura 5.

5 Conclusões

Este trabalho abordou a modelagem matemática de quadrrrotores com arquiteturas de controle em cascata para sua estabilização. A viabilidade de aplicação de três diferentes técnicas de controle para este tipo de sistema foi mostrada por meio de simulações realizadas a partir do modelo dinâmico.

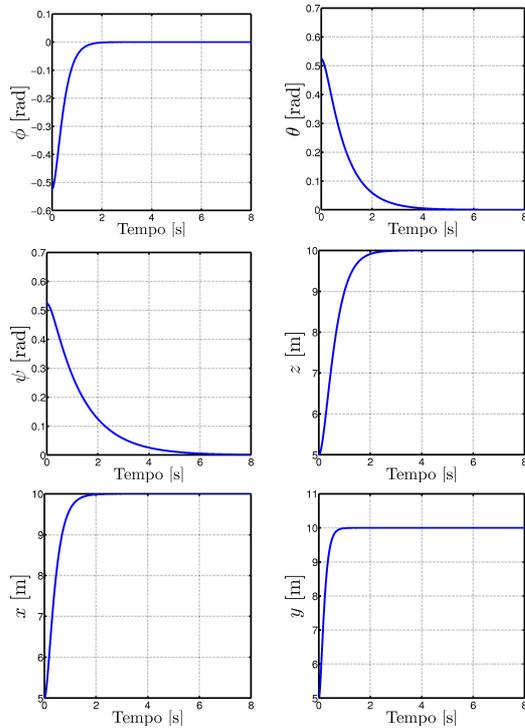


Figura 5: Estabilização do quadrrrotor por controle *backstepping*.

mico descrito. Os próximos passos deste trabalho seguem na direção de implementação dos resultados aqui apresentados em um plataforma experimental que está sendo atualmente aperfeiçoada. O objetivo final é o desenvolvimento de um protótipo de quadrrrotor capaz de estabilizar-se em voo sem a necessidade de assistência humana.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio parcial às atividades de pesquisa.

Referências

- Amir, M. and Abbass, V. (2008). Modeling of quadrotor helicopter dynamics, *International Conference on Smart Manufacturing Application, 2008. ICSMA 2008*. pp. 100–105.
- Bouabdallah, S. (2007). *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*, PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Bouabdallah, S., Noth, A. and Siegwart, R. (2004). PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, *Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference On Intelligent Robots and Systems* pp. 2451–2456.

- Bouabdallah, S. and Siegwart, R. (2005). Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor, *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247–2252.
- Coza, C. and Macnab, C. (2006). A new robust adaptive-fuzzy control method applied to quadrotor helicopter stabilization, *Annual meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society, 2006. NAFIPS 2006*. pp. 454–458.
- Das, A., Subbarao, K. and Lewis, F. (2008). Dynamic inversion of quadrotor with zero-dynamics stabilization, *IEEE International Conference on Control Applications, 2008. CCA 2008*. pp. 1189–1194.
- Leishman, J. (2000). *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University Press.
- Madani, T. and Benallegue, A. (2006). Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique, *45th IEEE Conference on Decision and Control, 2006* pp. 1515–1520.
- Madani, T. and Benallegue, A. (2007). Sliding Mode Observer and Backstepping Control for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles, *American Control Conference, 2007. ACC '07* pp. 5887–5892.
- Sanca, A. S., Alsina, P. J. and Cerqueira, J. a. d. J. F. (2008). Dynamic modelling of a quadrotor aerial vehicle with nonlinear inputs, *IEEE Latin American Robotic Symposium, 2008. LARS '08*. pp. 143–148.
- Santana, P. and Braga, M. (2008). *Concepção de um veículo aéreo não-tripulado do tipo quadrrrotor*, Trabalho de Graduação, Universidade de Brasília. Disponível em http://www.lara.unb.br/~phsantana/data/files/other/Santana_Braga_Conception_Quadrotor.pdf.