

UMA ABORDAGEM HÍBRIDA PARA ESTIMAÇÃO ROBUSTA DE ATITUDE

PEDRO H.R.Q.A. SANTANA,* BRUNO G.R. AMUI†, GEOVANY A. BORGES†, JOÃO Y. ISHIHARA†

**Computer Science and Artificial Intelligence Laboratory (CSAIL)
MERS, Massachusetts Institute of Technology
Cambridge, MA, EUA*

†*Laboratório de Automação e Robótica (LARA)
Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília
Brasília, DF, Brasil*

Emails: psantana@mit.edu, brunoamui@gmail.com, gaborges@unb.br,
ishihara@ene.unb.br

Abstract— This work addresses the problem of attitude determination for a quadrotor UAV in the presence of sensor faults. The proposed solution is based on modeling the aircraft’s instruments as a hybrid multiple model (MM) system in order to provide reliable orientation estimates even if strong sensor disturbances arise. The numerical results compare our MHMF with the widely known IMM and the EKF and show our algorithm’s usefulness in estimating the orientation of a real robotic system in situations where the EKF fails.

Keywords— Stochastic filtering, Hybrid systems, AHRS.

Resumo— Este artigo trata do problema de determinação da atitude de um VANT do tipo quadricóptero na presença de falhas de seus sensores. A solução proposta é baseada na modelagem da instrumentação da aeronave como um sistema híbrido a múltiplos modelos (MM) para prover estimativas confiáveis de orientação mesmo havendo fortes perturbações das medidas dos sensores. Os resultados numéricos comparam o nosso filtro MHMF com o amplamente conhecido IMM e com o FKE e mostram a utilidade de nosso algoritmo na estimação da orientação de um sistema robótico real em situações em que o FKE falha.

Palavras-chave— Filtragem estocástica, Sistemas híbridos, AHRS.

1 INTRODUÇÃO

Navegação e localização 3D de robôs são questões de extrema importância (Titterton and Weston (1997)), especialmente no caso de robôs que operam em ambientes externos. Prover estimativas confiáveis da pose do sistema envolve a combinação, por meio de algoritmos de filtragem, de medidas de sensores proprio e exteroceptivos, fornecendo assim informações sobre posição, orientação, velocidades ou qualquer outra variável espacial de interesse. Neste contexto, grande parte dos trabalhos a respeito de fusão de dados assumem implicitamente que “dois sensores são melhores do que um”, uma idéia tornada famosa na área de robótica por Allen and Bajcsy (1986). Contudo, esta afirmação é válida apenas para sensores operando corretamente, i.e., não viesados. Para o caso de robôs em condições reais de operação, medidas problemáticas provenientes de apenas um dos sensores podem comprometer o desempenho do sistema de localização como um todo.

Sistemas híbridos denotam uma classe de sistemas dinâmicos cujo comportamento combina variáveis de estado contínuas e discretas (Goebel et al. (2009)), havendo extenso número de trabalhos dedicados ao problema de estimação de estados para este tipo de sistema. Por exemplo, Xue and Runolfsson (2008) e Doucet et al. (2001) utilizam filtros de partículas como estimadores de estado para sistemas híbridos, enquanto que Shi et al. (2000) usam técnicas de filtragem de Kalman robustas. De acordo com Mazar et al. (1998), o filtro IMM introduzido por Blom

and Bar-Shalom (1988) é uma das melhores escolhas para estimação de estados no contexto de sistemas híbridos, incitando diversos estudos a propor melhorias de seu desempenho. Dentre os avanços recentes, está o MHMF de Santana, Menegaz, Borges and Ishihara (2010), que generaliza o passo de “mistura” de estimativas do IMM ao permitir uma profundidade de fusão variável. Além disso, o MHMF incorpora um passo de eliminação de hipóteses improváveis para redução da carga computacional do filtro e estima as probabilidades de transição entre modos em tempo real baseado somente na verossimilhança das medidas dos sensores.

Motivados pelo problema de estimação de atitude de um Veículo Aéreo Não-Tripulado (VANT) do tipo quadricóptero, a contribuição deste trabalho reside na descrição do problema de fusão de dados para sistemas fortemente perturbados por meio do paradigma de modelagem híbrida. Devido a falhas fortuitas dos sensores, o Filtro de Kalman Estendido (FKE) inicialmente testado como estimador de estado não foi capaz de gerar informações confiáveis. A solução encontrada foi descrever o AHRS (do inglês, *Attitude and Heading Reference System*) como um sistema a Múltiplos Modelos (MM) com modos pertencendo a configurações de operação dos sensores, tornando o filtro capaz de detectar medidas corrompidas no momento de atualização de suas estimativas. Além disso, os resultados numéricos aqui apresentados se valem da capacidade do MHMF de detectar e eliminar modos incorretos de operação para reduzir a complexidade computacional do filtro, tornando-o passível de implementação em

uma plataforma robótica real com restrições de energia e poder computacional.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. A Seção 2 descreve o problema de filtragem MM e o conceito de seguimento de múltiplas hipóteses. Em seguida, a Seção 3 apresenta o filtro MHMF, que é usado no AHRS da Seção 4 para gerar os resultados numéricos da Seção 5. Por fim, as conclusões do trabalho estão contidas na Seção 6.

2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Assim como já mencionado anteriormente, a principal motivação deste trabalho partiu do problema de estabilização em ambientes internos de um quadricóptero cujos sensores sofrem fortes perturbações. Equipado apenas com um sonar de ultrassom, um magnetômetro de três eixos e uma Central Inercial (IMU, do inglês *Inertial Measurement Unit*) com acelerômetros e giroscópios tri-axiais, o AHRS do quadricóptero não pode se valer de informações de GPS para refinar suas estimativas. Ademais, os ambientes *indoor* nos quais espera-se que o VANT voe sofrem de distorções locais do campo magnético, que levam o magnetômetro a momentaneamente indicar mudanças de orientação mesmo se o quadricóptero se mantiver com a mesma pose. Finalmente, o magnetômetro de baixo custo embarcado algumas vezes fornece medidas espúrias, cuja causa é ainda desconhecida dos autores.

Uma vez que o AHRS do quadricóptero deve ser robusto a distúrbios do ambiente de forma a permitir que o VANT voe em segurança em meio a pessoas e objetos, este trabalho adota o paradigma de fusão híbrida de dados proposto por Santana, Borges and Ishihara (2010) de maneira a lidar com falhas dos sensores. Além de naturalmente incorporar testes de hipóteses em sua estrutura Bayesiana, esta formulação não introduz os atrasos que invariavelmente surgem da utilização de filtros digitais para suavização de medidas. Dentro do amplo campo de pesquisa de sistemas híbridos, este trabalho está primordialmente interessado na classe especial de sistemas MM, em que uma das variáveis de estado discretas denota mudanças no modelo matemático do sistema. Portanto, no lugar de se utilizar apenas um modelo em espaço de estados para descrever a evolução do sistema e suas saídas, sistemas MM permitem mudanças contínuas de modelo dinâmico ao longo do tempo. A fim de abordar o problema de filtragem MM, considere o sistema híbrido a tempo discreto descrito por

$$x_k = f_{m_k}(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1}), \quad (1)$$

$$y_k = h_{m_k}(x_k, v_k), k \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

em que $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ é o vetor de estados contínuos; $m_k \in \mathbb{M} \triangleq \{1, 2, \dots, M\}$ é o estado discreto modal (modo) do sistema, que pode assumir M valores diferentes; $f_{m_k} : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_w} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ é uma função de evolução de processo possivelmente não-linear; $h_{m_k} : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_v} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ e $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ são, respectivamente, a função de medição e o vetor de medidas dependentes do modo; $u_{k-1} \in \mathbb{R}^{n_u}$ é o vetor de entrada; e $v_{k-1} \in \mathbb{R}^{n_v}$ e $w_{k-1} \in \mathbb{R}^{n_w}$ são processos de ruído. Assim como

pode ser visto em (1)-(2), o modo discreto m_k define um conjunto de M diferentes funções de evolução do espaço de estados f_{m_k} e de medição h_{m_k} , funções estas utilizadas para descrever a dinâmica do sistema. Assume-se que a variável m_k segue uma Cadeia de Markov, em que são desconhecidos o vetor inicial de probabilidades $p(m_0)$ e a Matriz de Probabilidades de Transição (MPT)

$$\Pi_k = \{\pi_{i,j}\}, \pi_{i,j} = \Pr\{m_k = j | m_{k-1} = i\}, i, j \in \mathbb{M}, \forall k \in \mathbb{N}. \quad (3)$$

Assumindo que tanto x_k quanto m_k podem não ser mensuráveis, o problema de filtragem estocástica híbrida visa à estimação da função densidade de probabilidade *a posteriori* conjunta

$$p(x_k, m_k | y_{1:k}) = p(x_k | m_k, y_{1:k}) \Pr(m_k | y_{1:k}) \quad (4)$$

de x_k e m_k baseada numa seqüência $y_{1:k} = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ de medidas corrompidas por ruído geradas de acordo com (2). Considerando o sistema MM com MPT desconhecida descrito em (1)-(2) com condições iniciais \hat{x}_0 , \hat{P}_0 , $\hat{p}(m_0)$, e $\hat{\Pi}_0$ e baseado em uma seqüência de medições de saída $y_{1:k}$, deseja-se obter: \hat{x}_k , o vetor estimado de estado de mínima variância com matriz de covariâncias do erro \hat{P}_k ; $\hat{p}(m_k)$, o vetor estimado de probabilidade dos modos; e $\hat{\Pi}_k$, a MPT estimada.

Em razão da possível falta de conhecimento acerca das transições de modo do sistema, mesmo se o modo inicial m_0 for conhecido, existirão até M^k possíveis seqüências de modos no k -ésimo instante de tempo se todos os elementos da MPT forem não-nulos. Denotando por \mathcal{S}_k o conjunto de todas as possíveis seqüências de modos para m_k , cada seqüência particular $I_k^{(i)} \in \mathcal{S}_k$ é chamada a i -ésima hipótese no k -ésimo instante de tempo. Devido ao crescimento exponencial do número de hipóteses, não é possível implementar um estimador ótimo para (1)-(2) na prática, visto que os requisitos de memória e capacidade computacional tornam-se ilimitados (Ackerson and Fu (1970)). Portanto, abordagens subótimas usando métodos de gerenciamento de hipóteses, tais como fundir seqüências semelhantes ou eliminar as menos prováveis, tornam-se necessárias de forma a permitir que estimadores MM sejam implementados em tempo real. Nos trabalhos de Ackerson and Fu (1970), Blom and Bar-Shalom (1988), Li and Bar-Shalom (1996), Seah and Hwang (2009) e suas referências, alguns algoritmos de filtragem com diferentes estratégias para manipular múltiplas hipóteses são apresentados. Na Seção 3, o algoritmo MHMF de Santana, Menegaz, Borges and Ishihara (2010) é descrito.

3 FILTRAGEM HÍBRIDA A MÚLTIPLAS HIPÓTESES

Ao apresentar o MHMF, Santana, Menegaz, Borges and Ishihara (2010) mostram que a abordagem do IMM de fusão de hipóteses com profundidade d fixa e unitária pode, algumas vezes, ser bastante restritiva. De acordo com Blom and Bar-Shalom (1988), mesmo

se $p(x_0)$ for gaussiana, $p(x_{k-1}|m_{k-1}=i, y_{1:k-1})$ será, em geral, uma soma de M^{k-1} gaussianas ponderadas. Contudo, ao fixar $d = 1$, o IMM assume a aproximação

$$p(x_{k-1}|m_{k-1}=i, y_{1:k-1}) \sim N(\hat{x}_{k-1}^{(i)}, \hat{P}_{k-1}^{(i)}), \quad (5)$$

em que $\hat{x}_{k-1}^{(i)}$ e $\hat{P}_{k-1}^{(i)}$ são, respectivamente, a estimativa de estado e a matriz de covariâncias geradas por um Filtro de Kalman (FK) seguindo o modo $m_{k-1} = i$. Ainda que (5) seja frequentemente razoável para sistemas híbridos lineares com um pequeno número de modos, isto pode não ser verdade se o número de hipóteses sendo seguidas for grande ou para sistemas não-lineares em que a aproximação de ruído gaussiano não seja adequada. Portanto, para melhorar o desempenho do IMM, o MHMF generaliza o seu passo de mistura de estimativas ao permitir $d \geq 1$, resultando em

$$p(x_{k-1}|m_{k-1}=j, y_{1:k-1}) = \sum_{i=1}^{M^d} p(x_{k-1}|m_{k-1}=j, I_{k-1}^{(i)}, y_{1:k-1}) \times \Pr(I_{k-1}^{(i)}|m_{k-1}=j, y_{1:k-1}), \quad (6)$$

$$\Pr(I_{k-1}^{(i)}|m_{k-1}=j, y_{1:k-1}) = \frac{\Pr(m_{k-1}=j|I_{k-1}^{(i)}, y_{1:k-1}) \Pr(I_{k-1}^{(i)}|y_{1:k-1})}{\Pr(m_{k-1}=j|y_{1:k-1})}. \quad (7)$$

Note que $I_{k-1}^{(i)}$ é uma hipótese particular sendo seguida entre dois instantes de mistura de estimativas. Em (7), $\Pr(m_{k-1}=j|I_{k-1}^{(i)}, y_{1:k-1})$ pode ser 0 ou 1 dependendo do modo que corresponde a $I_{k-1}^{(i)}$. O passo de mistura de estimativas do IMM é um caso particular de (6)-(7) com $d = 1$. Como incrementos em d têm o efeito indesejado de aumentar a complexidade computacional do filtro, o MHMF também inclui um passo de eliminação de hipóteses cujas probabilidades se situem abaixo de um limiar ε , evitando a realização de cálculos desnecessários e evitando a degradação de suas saídas (Li and Bar-Shalom (1996))

Por fim, diversos estimadores MM para Sistemas Markovianos Chaveados, dentre eles o IMM, assumem conhecimento prévio acerca de Π , o que é raramente verdade e pode vir a prejudicar o desempenho do filtro se um valor incorreto para Π for escolhido (Jilkov and Li (2004)). Dessa forma, o algoritmo *Quasi-Bayesian* de Jilkov and Li (2004) para estimação da MPT, que fornece estimativas de máximo *a posteriori* das probabilidades de transição, é incorporado ao algoritmo do MHMF.

Multiple Hypotheses Mixing Filter (MHMF)

Sejam $\hat{x}_k^{(i)}$ e $\hat{P}_k^{(i)}$, $i \in \{1, 2, \dots, M^{qk}\}$, $q \in \{1, 2, \dots, d\}$, o vetor de estado e a matriz de covariâncias associados ao filtro que segue a hipótese $I_k^{(i)} \in \mathcal{I}_k$, em que \mathcal{I}_k é o conjunto de todas as possíveis hipóteses no k -ésimo instante amostral e d é a profundidade de fusão de hipóteses. Seja também $0 \leq \varepsilon < 1$ o limiar de eliminação de hipóteses. Além disso, denote por $n(\mathcal{I}_k)$ o número total de elementos em \mathcal{I}_k e por $m_k^{(i)} \in \mathbb{M}$ o modo atual para a hipótese $I_k^{(i)}$. Definindo $\hat{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k) = \Pr(I_k^{(i)}|y_{1:k})$, $\hat{p}^{(i)}(m_k) = \Pr(m_k=i|y_{1:k})$, e assumindo dadas as condições iniciais

$$\hat{p}^{(i)}(\mathcal{I}_0), \hat{x}_0^{(i)}, \hat{P}_0^{(i)}, \hat{\Pi}_0, q_0=1, i \in \{1, 2, \dots, M\},$$

o filtro híbrido é dado pelos seguintes passos:

i Predição da probabilidade das hipóteses

$$\bar{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k) = \hat{\pi}_{a,b}(k-1) \hat{p}^{(j)}(\mathcal{I}_{k-1}), \quad a = m_{k-1}^{(j)}, b = m_k^{(i)},$$

em que $i \in \{1, \dots, n(\mathcal{I}_k)\}$, $j \in \{1, \dots, n(\mathcal{I}_{k-1})\}$.

ii Eliminação de hipóteses

Elimine hipóteses $I_k^{(i)}$ tais que

$$\frac{\bar{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k)}{\sum_{j=1}^{n(\mathcal{I}_k)} \bar{p}^{(j)}(\mathcal{I}_k)} \leq \varepsilon,$$

normalize $\bar{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k)$ e atualize $n(\mathcal{I}_k)$ apropriadamente.

iii Condições iniciais para o passo atual

- Se $n(\mathcal{I}_k) \leq M$ ou $q_k < d$

$$\underline{x}_k^{(i)} = \hat{x}_{k-1}^{(j)}, \underline{P}_k^{(i)} = \hat{P}_{k-1}^{(j)}, \quad q_k = q_{k-1} + 1,$$

significando que $I_k^{(i)}$ foi obtida de $I_{k-1}^{(j)}$.

- Senão

$$\hat{p}^{(i)}(m_k) = \sum_{j=1}^{n(\mathcal{I}_k)} \hat{\Pr}(m_k=i|I_k^{(j)}, y_{1:k-1}) \bar{p}^{(j)}(\mathcal{I}_k),$$

$$\underline{x}_{k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^M \frac{\hat{\pi}_{j,i}(k-1) \hat{p}^{(j)}(m_{k-1}) r_{k-1}^{(j)}}{\bar{p}^{(i)}(m_k)},$$

$$r_{k-1}^{(j)} = \sum_{l=1}^{n(\mathcal{I}_{k-1})} \hat{x}_{k-1}^{(l)} \hat{\Pr}(I_{k-1}^{(l)}|m_{k-1}=j, y_{1:k-1}),$$

$$\bar{p}^{(i)}(k-1) = \sum_{j=1}^M \frac{\hat{\pi}_{j,i}(k-1) \hat{p}^{(j)}(m_{k-1}) [\Delta_{k-1}^{(j)} + \delta(i, j)]}{\bar{p}^{(i)}(m_k)},$$

$$\Delta_{k-1}^{(j)} = \sum_{l=1}^{n(\mathcal{I}_{k-1})} \hat{P}_{k-1}^{(l)} \hat{\Pr}(I_{k-1}^{(l)}|m_{k-1}=j, y_{1:k-1}),$$

$$\delta(i, j) = \left(r_{k-1}^{(j)} - \underline{x}_{k-1}^{(i)} \right) (\cdot)^T, \quad q_k = 1,$$

em que $\hat{\Pr}(I_{k-1}^{(l)}|m_{k-1}=j, y_{1:k-1})$ vem de (7).

iv Predição das estimativas

$$(\underline{x}_{k-1}^{(i)}, \underline{P}_{k-1}^{(i)}) \xrightarrow{\text{Predição}} (\hat{x}_k^{(i)}, \bar{P}_k^{(i)}). \quad (8)$$

v Correção das estimativas

$$(\hat{x}_k^{(i)}, \bar{P}_k^{(i)}) \xrightarrow{\text{Correção}} (\hat{x}_k^{(i)}, \hat{P}_k^{(i)}). \quad (9)$$

vi Correção da probabilidade das hipóteses

$$\hat{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k) = \frac{p(y_k|I_k^{(i)}, \hat{\Pi}_{k-1}, y_{1:k-1}) \bar{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k)}{c_i},$$

$$\gamma_p = \sum_{j=1}^{n(\mathcal{I}_k)} \hat{p}^{(j)}(\mathcal{I}_k),$$

$$\hat{p}(\mathcal{I}_k) = [\hat{p}^{(1)}(\mathcal{I}_k) \dots \hat{p}^{(n(\mathcal{I}_k))}(\mathcal{I}_k)]^T \left(\frac{1}{\gamma_p} \right),$$

em que c_i é uma constante de normalização.

vii Geração das estimativas

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^{n(\mathcal{I}_k)} \hat{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k) \hat{x}_k^{(i)},$$

$$\hat{P}_k = \sum_{i=1}^{n(\mathcal{I}_k)} \hat{p}^{(i)}(\mathcal{I}_k) \left[\hat{P}_k^{(i)} + \left(\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k \right) (\cdot)^T \right],$$

$$\hat{p}^{(i)}(m_k) = \sum_{j=1}^{n(\mathcal{I}_k)} \hat{\Pr}(m_k=i|I_k^{(j)}, y_{1:k}) \hat{p}^{(j)}(\mathcal{I}_k),$$

$$\hat{p}(m_k) = \left[\hat{p}^{(1)}(m_k) \dots \hat{p}^{(M)}(m_k) \right]^T.$$

$$\hat{\Pi}_{k-1} \xrightarrow{\text{Quasi-Bayesian (Jilkov and Li (2004))}} \hat{\Pi}_k.$$

Detalhes não são dados a respeito de (8) e (9), pois estes passos variam dependendo do filtro escolhido para seguir cada uma das hipóteses do sistema. Por exemplo, se (1)-(2) forem lineares, o FK é uma escolha razoável. Por outro lado, os resultados numéricos da Seção 5 foram obtidos utilizando-se o FKE como estimador.

4 ESTIMAÇÃO DE ATITUDE

De maneira similar a Santana, Borges and Ishihara (2010), esta seção utiliza modelagem híbrida para contornar o problema de falha dos sensores embarcados, tornando o MHMF da Seção 3 capaz de rastrear a atitude do quadricóptero em condições em que o FKE falha. Uma vez que este trabalho trata de um AHRS, translação não será discutida aqui. Para as equações seguintes, considere os sistemas de coordenadas mostrados na Figura 1.

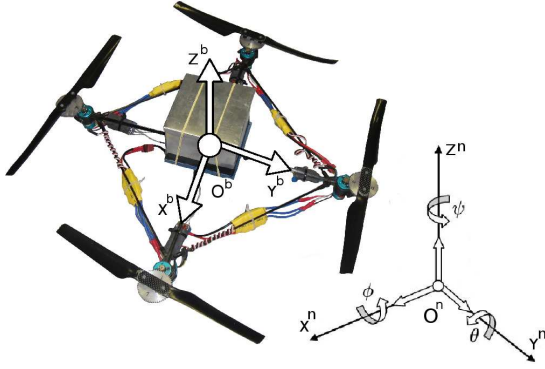


Figura 1: Sistemas de coordenadas do corpo (b) e de referência (n). Os ângulos de rotação entre os dois sistemas são chamados rolagem (ϕ), arfagem (θ) e guinada (ψ).

4.1 Predição

Seja $q_n^b = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$, $\|q_n^b\| = 1$, o quaternião que representa a orientação de b com relação a n . A equação que relaciona q_n^b à sua matriz de rotação correspondente é

$$C_n^b = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Enquanto o corpo gira, os girômetros da IMU fornecem medidas de taxas de variação angulares ω_x , ω_y e ω_z em torno dos eixos X^b , Y^b e Z^b , respectivamente (Figura 1), dando origem ao modelo de evolução do quaternião

$$q_{n,k}^b = \left[\mathbb{I}_{4 \times 4} \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) - W \tau \frac{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\delta} \right] q_{n,k-1}^b, \quad (11)$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ -\omega_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ -\omega_y & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \quad \delta = \left(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \right) \tau,$$

em que τ denota o período de amostragem e o subscrito $k \in \mathbb{N}$ denota a amostra tomada no instante $k\tau$.

4.2 Correção

De forma a evitar a divergência das estimativas devido a erros de modelagem e ruído dos sensores (Grewal and Andrews (2008)), as leituras do acelerômetro e do magnetômetro são usadas de acordo com o modelo

$$f_k^b = \left(C_{n,k}^b \right)^T \left(a_k^n - g_E^n \right) + \varepsilon_{f,k}, \quad \varepsilon_{f,k} \sim N\left(0, R_{\varepsilon_{f,k}}\right), \quad (12)$$

$$m_{mag,k}^b = \left(C_{n,k}^b \right)^T m_E^n + \varepsilon_{m,k}, \quad \varepsilon_{m,k} \sim N\left(0, R_{\varepsilon_{m,k}}\right), \quad (13)$$

em que f_k^b é a medida atual de força específica do acelerômetro descrita em b ; $m_{mag,k}^b$ é a leitura do magnetômetro; $C_{n,k}^b$ é mesma de (10); a_k^n é a aceleração atual do corpo medida no referencial n ; g_E^n e m_E^n são, respectivamente, os campos gravitacional e magnético locais; e $\varepsilon_{i,k}$, $i \in \{f, m\}$, modelam distúrbios nos sensores. Para que seja útil ao propósito de estimação de atitude, (12) deve corresponder a g_E^n descrito no referencial b . Logo, é fácil ver que a_k^n deve ser feita a menor possível, resultando em

$$f_k^b \approx \left(C_{n,k}^b \right)^T \left(-g_E^n \right) + \varepsilon_{f,k}, \quad (14)$$

que é uma aproximação razoável para vôos não-acrobáticos.

4.3 Modelagem de falhas dos sensores

O magnetômetro desempenha papel preponderante na estimação de atitude do quadricóptero, sendo o único sensor responsável por corrigir a estimativa do ângulo de guinada da aeronave. Isto se deve ao fato das medidas do acelerômetro em (14) permanecerem praticamente imutáveis enquanto o VANT gira em torno de seu eixo vertical, visto que o campo gravitacional local g_E^n e Z^n são colineares. Portanto, é importante mitigar todas as possíveis fontes de distúrbios atuando sobre este sensor, uma vez que estimativas confiáveis de guinada são necessárias para o controle de orientação do quadricóptero durante vôo. Seguindo a abordagem de modelagem híbrida, os instrumentos do AHRS do quadricóptero são modelados como um sistema MM tendo dois modos distintos. O primeiro, correspondendo à equação

$$\frac{m_{mag,k}^b}{\|m_{mag,k}^b\|} = \left(C_{n,k}^b \right)^T \frac{m_E^n}{\|m_E^n\|} + \varepsilon_{m,k}^{norm}, \quad \varepsilon_{m,k} \sim N\left(0, R_{\varepsilon_{m,k}}^{(1)}\right), \quad (15)$$

modela medidas normalizadas do magnetômetro durante operação normal do sensor, situação em que suas leituras são análogas à orientação do corpo no espaço. O segundo modo procura ser uma representação matemática das medidas espúrias e das distorções do campo magnético local observadas durante testes de calibração. Dado que estes distúrbios não parecem guardar forte correlação com as variáveis de estado do veículo, as falhas do magnetômetro são modeladas como

$$\frac{m_{mag,k}^b}{\|m_{mag,k}^b\|} = 0,5 + \varepsilon_{m,k}^{fault}, \quad \varepsilon_{m,k} \sim N\left(0, R_{\varepsilon_{m,k}}^{(2)}\right), \quad (16)$$

em que 0,5 representa a metade do intervalo de valores das medidas normalizadas. As matrizes de covariâncias da incerteza associada às medidas do magnetômetro nos dois modos são $R_{\varepsilon_{m,k}}^{(1)} = \mathbb{I} \times 4, 4e - 3$ e $R_{\varepsilon_{m,k}}^{(2)} = \mathbb{I} \times 0, 1$.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Esta seção compara o desempenho de três filtros não-lineares usados para estimar a atitude do quadricóptero baseados em medidas magnéticas e inerciais reais. A solução clássica utilizando o FKE foi comparada ao IMM e ao MHMF, dois filtros MM que se beneficiam da modelagem híbrida da Seção 4.3 para evitar a degradação de suas estimativas devido a falhas do magnetômetro. Para o rastreamento de suas hipóteses, tanto o IMM quanto o MHMF usaram um banco de FKEs.

O primeiro teste realizado verificou o desempenho dos filtros com todos os sensores operando corretamente, tendo seus resultados servido como base de comparação para o próximo experimento envolvendo falhas do magnetômetro. Como esperado, todos os filtros tiveram resultados idênticos, que são mostrados na Figura 2. As estimativas claramente mostram as três rotações manuais de aproximadamente 45° em torno de cada um dos eixos e são consistentes com a integração dos giroscópios, indicando a sua correção.

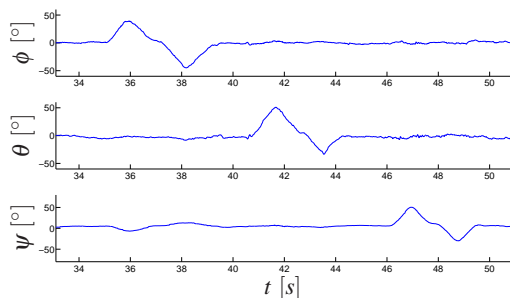


Figura 2: Estimativas de atitude para o FKE, o IMM e o MHMF.

O experimento seguinte consistiu na simulação aleatória de falhas típicas do magnetômetro (Figura 3(a)) e avaliação dos desempenhos dos filtros, cujos resultados são mostrados na Figura 3. Assim como pode ser visto na Figura 3(b), apenas pequenos distúrbios são encontrados nas estimativas de rolagem (ϕ) e arfagem (θ) do FKE, visto que o acelerômetro contribuiu para a sua correção. Contudo, as estimativas de guinada (ψ) foram fortemente prejudicadas, uma vez que dependem unicamente das medidas magnéticas. Por outro lado, os mesmos problemas não são encontrados nas estimativas de atitude geradas pelo MHMF, que são mostradas na Figura 3(c). Enquanto as estimativas de rolagem e arfagem permaneceram virtualmente inalteradas quando comparadas com as da Figura 2, as estimativas de guinada apresentaram perturbações menos expressivas do que aquelas encontradas na Figura 3(b), indicando a utilidade da abordagem de sistema híbridos como ferramenta para tornar o AHRS robusto a falhas dos sensores. Os resultados do IMM foram muito semelhantes aos da Figura 3(c), tendo apresentado distúrbios um pouco maiores do que os do MHMF nas suas estimativas do ângulo de guinada.

A última análise realizada diz respeito à complexidade computacional dos filtros operando em condi-

Tabela 1: Custo computacional médio dos filtros.

	FKE	IMM	MHMF
Medidas normais	1	2	1,05
Medidas perturbadas	1	2	2,40

ções normais ou na presença de falhas dos sensores, um aspecto importante na implementação prática de algoritmos em plataformas robóticas com restrições de energia e capacidade de cálculo. A Tabela 1 mostra o custo computacional¹ dos diferentes filtros avaliados para a situação de melhor desempenho de suas estimativas. O FKE foi a opção menos onerosa em ambos os casos, mas a Figura 3(b) claramente mostra que suas estimativas não são robustas a falhas dos sensores e podem prejudicar a estabilidade do quadricóptero e a segurança de seu vôo. Com relação aos filtros MM operando com medidas corretas, o MHMF teve seu custo computacional aumentado em apenas 5% em relação ao FKE, enquanto que o banco de FKEs de tamanho fixo do IMM implicou em um aumento de carga de 100% para a mesma qualidade de estimativas do FKE e do MHMF. Além disso, o MHMF assumiu desconhecimento inicial total a respeito das probabilidades de transição e foi capaz de estimar $\hat{\Pi}_k$ em tempo real, enquanto que o IMM necessitou que este parâmetro fosse previamente ajustado para sua correta operação.

O segmento da Tabela 1 correspondendo à operação dos filtros com medidas perturbadas oferece uma perspectiva diferente de comparação entre o IMM e o MHMF. Nesta situação, o melhor desempenho do MHMF (Figura 3(c)) foi conseguido escolhendo-se $d = 2$ e $\varepsilon = 0,15$ e resultou em uma carga 20% superior à do IMM, cujo custo computacional é fixo e sempre igual ao número de modos. Esta aparente desvantagem, no entanto, foi compensada por menores perturbações nas estimativas do ângulo de guinada fornecidas pelo MHMF, além da já citada capacidade de estimação da MPT. Por fim, as falhas mostradas na Figura 3(a) correspondem a uma situação extrema de operação do magnetômetro, em que são frequentes os distúrbios em suas medidas. Para situações corriqueiras de falhas eventuais do sensor, o custo computacional do MHMF aproxima-se do caso de medidas normais da Tabela 1, em que o MHMF é notavelmente superior ao IMM.

6 CONCLUSÃO

As principais contribuições deste trabalho estão em demonstrar a utilidade da abordagem de sistemas híbridos para tornar o AHRS de um VANT quadricóptero robusto a falhas de seus sensores e apresentar o MHMF como uma solução computacionalmente eficiente para o problema. O sistema para estimação de atitude mostrado na Seção 4 foi testado experimen-

¹Função linear de $n(\mathcal{S}_k)$, o número total de hipóteses sendo rastreadas.

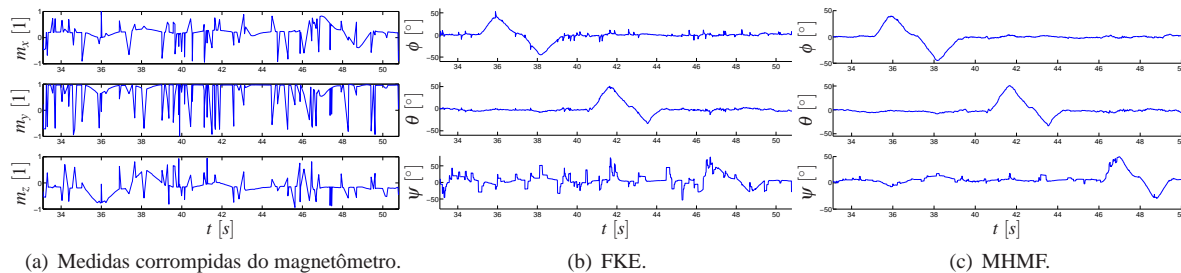


Figura 3: Estimativas de atitude usando medidas corrompidas do magnetômetro.

mente em situações de correta e má operação do magnetômetro, sensor imprescindível ao AHRS da aeronave para a correta estimação de seu rumo. A solução clássica utilizando o FKE forneceu bons resultados na situação de ausência de perturbações, mas falhou durante a estimação de estados na presença de problemas de medição. Por outro lado, o MHMF mostrou desempenho satisfatório tanto na presença, quanto na ausência de perturbações, ratificando sua utilidade como um estimador de estados robusto para sistemas robóticos reais.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro das seguintes instituições: CNPq, CAPES, FINATEC e DPP-UnB.

Referências

- Ackerson, G. and Fu, K. (1970). On state estimation in switching environments, *IEEE Transactions on Automatic Control* **15**(1): 10–17.
- Allen, P. and Bajcsy, R. (1986). Two sensors are better than one: example of vision and touch, *Proceedings of 3rd International Symposium on Robotics Research* pp. 48–55.
- Blom, H. and Bar-Shalom, Y. (1988). The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients, *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**(8): 780–783.
- Doucet, A., Gordon, N. and Krishnamurthy, V. (2001). Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems, *IEEE Transactions on Signal Processing* **49**(3): 613–624.
- Goebel, R., Sanfelice, R. and Teel, A. (2009). Hybrid dynamical systems, *IEEE Control Systems Magazine* **29**(2): 28–93.
- Grewal, M. S. and Andrews, A. P. (2008). *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*, 3rd edn, John Wiley & Sons, New Jersey.
- Jilkov, V. and Li, X. (2004). Online Bayesian estimation of transition probabilities for Markovian jump systems, *IEEE Transactions on Signal Processing* **52**(6): 1620–1630.
- Li, X.-R. and Bar-Shalom, Y. (1996). Multiple-model estimation with variable structure, *IEEE Transactions on Automatic Control* **41**(4): 478–493.
- Mazor, E., Averbuch, A., Bar-Shalom, Y. and Dayan, J. (1998). Interacting multiple model methods in target tracking: a survey, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **34**(1): 103–123.
- Santana, P., Borges, G. and Ishihara, J. (2010). Hybrid data fusion for 3D localization under heavy disturbances, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 55–60.
- Santana, P., Menegaz, H., Borges, G. and Ishihara, J. (2010). Multiple hypotheses mixing filter for hybrid Markovian switching systems, *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3457–3462.
- Seah, C. E. and Hwang, I. (2009). State estimation for stochastic linear hybrid systems with continuous-state-dependent transitions: An IMM approach, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **45**(1): 376–392.
- Shi, P., Karan, M. and Kaya, Y. (2000). Robust Kalman filter design for hybrid systems with norm-bounded unknown nonlinearities, *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 2, pp. 1597–1598.
- Titterton, D. and Weston, J. (1997). *Strapdown Inertial Navigation Technology*, Peter Peregrinus Ltd., London.
- Xue, Y. and Runolfsson, T. (2008). State estimation and mode detection for stochastic hybrid system, *IEEE International Symposium on Intelligent Control, ISIC* pp. 625–630.